

# ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) - A

Scritto del 18 novembre 2008

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:** 21 novembre 2008

## Esercizio 1

Sia data la superficie

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, 4 \leq z \leq 9\}$$

orientata verso l'esterno e il campo vettoriale  $F(x, y, z) = (z, 2x, 3y)$ . Dopo aver disegnato la superficie, verificare il teorema di Stokes.

## Esercizio 2

Sia data la funzione

$$f(z) = \frac{3z + 1}{z(z - i)}.$$

- Determinare le singolarità di  $f$ , stabilirne la natura e trovare i residui.
- Scrivere la serie di Laurent di  $f$  centrata in  $-i$  e convergente in 1.

## Esercizio 3

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + 2)^2}.$$

## Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 5u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 0 & 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 1 - \cos(5x) & 0 < x < \pi \end{cases}$$