

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU)

Scritto dell'8 gennaio 2009

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 12 gennaio 2009 27 gennaio 2009 10 febbraio 2009

Esercizio 1

Sia dato il campo vettoriale:

$$F(x, y) = \left(\frac{xy}{\sqrt{x^2y + 4y^3}}, \frac{x^2 + 12y^2}{2\sqrt{x^2y + 4y^3}} \right).$$

- Determinare il dominio \mathcal{D} in cui tale campo è C^1 .
- Verificare che F è irrotazionale in \mathcal{D} .
- Stabilire a priori se F è conservativo in \mathcal{D} e, in caso affermativo, calcolare un suo potenziale.

Esercizio 2

Sia data la funzione

$$f(z) = \frac{z}{z+1}e^z.$$

- Determinare le singolarità di f , stabilirne la natura e trovare i residui.
- Sviluppare f in serie di Laurent di centro -1 in ogni corona circolare di \mathbb{C} dove f è olomorfa.

Esercizio 3

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x' = 2x + y + t \\ y' = -x + 2y, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 11u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = 2 - 6 \cos(4x) & 0 < x < \pi \end{cases}$$