

ANALISI MATEMATICA II (8 CFU)

Scritto del 13 gennaio 2009

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 19 gennaio 2009 10 febbraio 2009

Esercizio 1

Verificare che il seguente sistema definisce implicitamente le variabili (y_1, y_2) in funzione delle variabili (x_1, x_2) in un intorno del punto $(0, 1, 1, 2)$.

$$\begin{cases} (x_1 + x_2)^2 + y_1^2 x_2 + 2y_2 - 6 = 0 \\ (x_1 - x_2)^2 + y_1^2 y_2 - 2x_1 x_2 - 3 = 0. \end{cases}$$

Calcolare inoltre le derivate parziali di y_1, y_2 nel punto $(0, 1)$.

Esercizio 2

Studiare il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = 4y^2 - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.

Esercizio 3

Verificare il Teorema di Gauss su:

$$\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$$

per il campo vettoriale $V(x, y, z) = (x, y, 2z)$.

Esercizio 4

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 < x \leq 1 \\ 3 - x & 1 < x \leq 2, \end{cases}$$

prolungarla dispari a $[-2, 0]$ e disegnarla.

- Sviluppare $f(x)$ in serie di Fourier.
- Studiare la convergenza puntuale e uniforme.