

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU)

Scritto del 10 febbraio 2009

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 20 febbraio 2009

Esercizio 1

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 9, 1 \leq y \leq 3\}$$

e il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x^2, 0, z^2)$.

N.B.: È richiesto il disegno della regione Ω e l'enunciato del teorema di Gauss, opportunamente commentato.

Esercizio 2

Sia data la funzione $f(z) = \frac{z^2}{z+1}$.

- Determinare le singolarità di f , stabilirne la natura e trovare i residui.
- Sviluppare f in serie di Laurent di centro 2 e convergente in $-10i$.

Esercizio 3

Calcolare la trasformata di Fourier della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{\cos(4\pi x)}{x^2 - 4x + 5}.$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & 0 < x < 3, t > 0 \\ u(0, t) = u(3, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = -\frac{1}{3}x. & 0 < x < 3 \end{cases}$$