

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU)

Scritto del 26 febbraio 2009

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: a seguire

Esercizio 1

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{2y(x-1)}{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{2x-1}, \frac{2y^2}{(x-1)^2 + y^2} + \log((x-1)^2 + y^2), 2z \right),$$

determinare il dominio \mathcal{D} in cui tale campo è C^1 ; verificare che F è irrotazionale in \mathcal{D} ; stabilire a priori se F è conservativo in \mathcal{D} e, in caso affermativo, calcolare la famiglia dei suoi potenziali in \mathcal{D} .

Esercizio 2

Data la funzione $f(z) = \cos\left(\frac{1}{z}\right) + \frac{z^2}{\sin(z)}$, determinare le singolarità di f , stabilirne la natura e trovare i residui.

Esercizio 3

Calcolare la trasformata di Fourier della seguente funzione $f(x) = \frac{x}{(x^2 + 9)^2}$.

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ u(0, y) = 0 & 0 < y < 1 \\ u(1, y) = 0 & 0 < y < 1 \\ u(x, 0) = 3 \sin(2\pi x) & 0 < x < 1 \\ u(x, 1) = 2 \sin(3\pi x) & 0 < x < 1 \end{cases}$$