

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) — A

Scritto del 14 luglio 2009

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

orale: 23 luglio 2009(L'Aquila) 27 luglio 2009(Avezzano)

Esercizio 3

Si verifichi il Teorema di Gauss per il dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq (1 - y)^2, 0 \leq y \leq 1\}$$

ed il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(yx, -\frac{y^2}{2}, x + z \right).$$

Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente proble-

$$\text{ma: } \begin{cases} u_t - 3u_{xx} = 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 3 & 0 < x < 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

Sia data la funzione $f(z) = \frac{z-1}{z^2(z+1)}$. Giustificando opportunamente tutte le risposte, determinare e classificare le singolarità isolate, determinare i relativi residui e scrivere la serie di Laurent di centro $z_0 = 0$ e convergente in $2i$.

Esercizio 6

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cau-

$$\text{chy: } \begin{cases} x' = x + y + 2 \\ y' = x + y + 2, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$