

# ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) — A

Scritto del 25 settembre 2009

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**orale:**  28 settembre 2009  12 ottobre 2009

## Esercizio 3

Sia dato il campo vettoriale  $F(x, y, z) = \left( \frac{3(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2 + (z+2)^2}} + yz, xz, \frac{3(z+2)}{\sqrt{(x-1)^2 + (z+2)^2}} + xy \right)$ .

Determinare il più grande insieme  $D$  in cui tale campo è  $C^1$ . Verificare che  $F$  è irrotazionale in  $D$ . Stabilire *a priori* se  $F$  è conservativo in  $D$  e, in caso affermativo, calcolare un suo potenziale.

## Esercizio 4

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = 9 \cos(x) & 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 9 + 9 \cos(9x) & 0 < x < \pi \end{cases}$$

## Esercizio 5

Con le tecniche dell'analisi complessa, calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin(x) - 1}{\cos(x) + 2} dx.$$

## Esercizio 6

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - y' = 2 + e^t \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1. \end{cases}$$