

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU)

Scritto del 01 febbraio 2010

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 8 febbraio 24 febbraio

Esercizio 3

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{4xy}{x^2 + y^2} + 3\sqrt{x^2 + y^2} + \frac{3x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, 2\log(x^2 + y^2) + \frac{4y^2}{x^2 + y^2} + \frac{3xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right).$$

Determinare il più grande insieme D in cui tale campo è C^1 . Verificare che F è irrotazionale in D . Stabilire *a priori* se F è conservativo in D e, in caso affermativo, calcolare un suo potenziale.

Esercizio 4

Mediante l'uso del metodo di Fourier della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = -3 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

Esercizio 5 [anche Metodi Analitici]

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = \frac{1}{x^6 + 1}$.

Esercizio 6 [anche Metodi Analitici]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \int_0^t \tau^2 y(t - \tau) d\tau = t^2 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$