

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU)

Scritto del 24 febbraio 2010

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 1 marzo

Esercizio 3

Verificare il teorema di Gauss per il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, 0, 2z)$ e il dominio

$$D \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; x^2 \leq z \leq 1 \}.$$

Sono richiesti il disegno del dominio e l'enunciato del teorema, opportunamente commentati.

Esercizio 4

Mediante l'uso del metodo di Fourier della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < 3, t > 0 \\ u(0, t) = u(3, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = 0 & 0 < x < 3 \\ u_t(x, 0) = 3 \sin(\pi x) + 5 \sin(6\pi x) & 0 < x < 3. \end{cases}$$

Esercizio 5 [anche Metodi Analitici]

Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, calcolare il seguente integrale:

$$\oint_{\{|z|=2\}^+} \left(z \sin\left(\frac{1}{z}\right) + \frac{1}{z^3 + 6} \right) dz.$$

Esercizio 6 [anche Metodi Analitici]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - 2y'' + y' = 5 \\ y(0) = y'(0) = 0; y''(0) = 1. \end{cases}$$