

# ANALISI MATEMATICA II (6 CFU) — A

Scritto del 7 luglio 2010

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:**  12 luglio 2010  19 luglio 2010

## Esercizio 1

Data l'equazione

$$f(x, y) = \log(1 + x^2 + y^2) + e^{xy} - y \cos(x) - x^2 - 1 = 0,$$

verificare che in un intorno dell'origine si può esplicitare una variabile in funzione dell'altra. Utilizzando opportunamente la formula di Taylor della funzione implicitamente definita, verificare che l'origine è un punto stazionario per tale funzione e determinarne la natura.

## Esercizio 2

Sia data la funzione  $f(x, y) = 1 - 4\sqrt{x^2 + y^2}$ . Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, determinare i sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$  in cui  $f(x, y)$  è continua e in cui  $f(x, y)$  è differenziabile. Se possibile, determinare quindi l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $\left(-\frac{1}{4}, 0, 0\right)$ .

## Esercizio 3

Trovare la soluzione generale dell'equazione  $y'' + y' - 2y = \frac{e^t}{e^t + 1}$

## Esercizio 4

Studiare la seguente serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+2) \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)}{n + \sin(n^2)}$$