

ANALISI MATEMATICA III (3, 4, 6 CFU) — A

Scritto del 5 luglio 2010

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 12 luglio 2010 19 luglio 2010

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{y - z}{x^2 + (z - y)^2}, -\frac{x}{x^2 + (z - y)^2}, \frac{x}{x^2 + (z - y)^2} \right),$$

determinare il più grande insieme $D \subset \mathbb{R}^3$ su cui F è definito e di classe C^1 . Verificare che F è irrotazionale in D . Stabilire a priori se F è conservativo in D . Nel caso in cui F non sia conservativo in D , restringere opportunamente il dominio D in modo che F sia conservativo sul nuovo dominio (giustificare la risposta opportunamente, ma senza svolgere calcoli matematici).

Esercizio 4

Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + \frac{\pi^2}{4} & 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi, \end{cases}$$

estesa pari a $[-\pi, 0]$ e 2π -periodica su \mathbb{R} . Disegnare il grafico della funzione su tutto \mathbb{R} . Determinare la serie di Fourier associata ad f . Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier.

Esercizio 5

Determinare le singolarità isolate, la loro classificazione e i relativi residui per la funzione

$$f(z) = \frac{2z}{\sin\left(\frac{2}{z}\right)} + \frac{\cos(z) - 1}{z^3(z - 3)}.$$

Esercizio 6

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = te^{-t} \\ y(0) = 1, y'(0) = 2. \end{cases}$$

Nel calcolo dell'antitrasformata, è richiesto l'utilizzo della formula di antitrasformazione, opportunamente commentata.