

# ANALISI MATEMATICA III (3, 4, 6 CFU) — A

Scritto del 19 luglio 2010

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:** 27 luglio 2010

## Esercizio 1

Verificare la formula di Gauss-Green nel piano per il campo vettoriale  $F(x, y) = (2x^3, 2x^3)$  sul dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{2} - \frac{x^2}{2} \leq y \leq 1 - |x|, -1 \leq x \leq 1 \right\}.$$

Sono richiesti l'enunciato del teorema e il disegno del dominio, opportunamente commentati.

## Esercizio 5

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 11u_{xx} = 0 & 0 < x < 5, t > 0 \\ u(x, 0) = 11 + 3 \cos(5\pi x) - 7 \cos(2\pi x) & 0 < x < 5 \\ u_x(0, t) = u_x(5, t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

## Esercizio 6

Determinare la serie di Laurent centrata in  $z = 0$  e convergente in  $z = 1 + i$  per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)^2(z+1)}.$$

## Esercizio 7

Calcolare il seguente integrale:

$$\oint_{\Gamma} \left( \frac{2z^3}{(z+3)^2(z^2+9)} + z^2 e^{\frac{1}{z-1}} \right) dz,$$

dove  $\Gamma$  è il bordo del triangolo del piano di Gauss di vertici  $(2, -3)$ ,  $(2, 6)$  e  $(-4, 0)$  percorso in senso antiorario.