# Analisi Matematica II (6 cfu) — A

Scritto del 15 settembre 2010

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: ________________________________________

Matricola: ________________________________________

**prova orale:** 21 settembre 2010

## Esercizio 2

Data l'equazione $f(x,y,z) = \cos(x^2y) + xy + \log(1+\sin(z)) - 1 = 0$, verificare che in un intorno di $(0,0,0)$ è possibile esplicitare $z$ in funzione delle variabili $x$ e $y$. Riconoscere quindi che $(0,0)$ è un punto stazionario della funzione $z = z(x,y)$ e, mediante la formula di Taylor della funzione $z$ in un intorno di $(0,0)$ arrestata al secondo ordine, riconoscere la natura (massimo, minimo, sella) di $(0,0)$.

## Esercizio 3

Sia dato il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \dfrac{1}{7}(y^2 - 7y)\log(et) \\ y(1) = 6. \end{cases}$

- Stabilire se valgono i teoremi di esistenza ed esistenza e unicità locali.
- Studiare il problema con il metodo di separazione delle variabili tracciando successivamente un grafico approssimativo delle eventuali soluzioni. Discutere l'esistenza globale determinando l'intervallo massimale di esistenza.

## Esercizio 8

Calcolare $\displaystyle\iint_D (x+y)\,dxdy$,
dove

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ |x| \le y \le 1\right\} \cup \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ -1 \le y \le -|x|\right\}.$$

È richiesto il disegno dell'insieme $D$.

## Esercizio 9

Studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza semplice e assoluta della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^\alpha + 2n}{1+n^3}.$$