Analisi Matematica II (6 cfu) — A

Scritto del 26 novembre 2010

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: ______________________________________

Matricola: ______________________________________

prova orale: a seguire

Esercizio A

Sia data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} xy\log(x^2+y^2), & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, determinare i sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$ in cui $f(x,y)$ è continua e in cui $f(x,y)$ è differenziabile. Se possibile, determinare quindi l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1,1,\log(2))$.

Esercizio 2

Dato il sistema

$$\begin{cases} f(x,y,z) = -\cos(z-y) + e^{(x-2)z} + \log(x-1) = 0 \\ g(x,y,z) = (x-2)^2 + \sin(z) + e^{z+y} - 1 = 0, \end{cases}$$

verificare che in un intorno del punto $(2,0,0)$ è possibile esplicitare x e y in funzione di z. Scrivere quindi le formule di Taylor delle funzioni x e y in un intorno di $z=0$ arrestate al secondo ordine.

Esercizio 3

Trovare l'integrale generale per l'equazione differenziale

$$y^{(6)} - 3y''' + 2y = 2\sin(3t).$$

Esercizio 4

Studiare la seguente serie numerica al variare di α, $\beta \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^\alpha \log(n^\beta + 4)}{\sin(n) + n^3 + 1}.$$