

ANALISI MATEMATICA II (8, 9, 11 CFU) — A

Scritto del 26 novembre 2010

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: a seguire

Esercizio 1

Sia data la curva in \mathbb{R}^3 di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos(t) \\ y(t) = 2 \sin(t) \\ z(t) = t^2 \end{cases}$$

con $t \in [-\pi, \pi]$. Giustificando opportunamente tutte le risposte, verificare che tale curva è regolare e rettificabile. Successivamente calcolare l'equazione del piano osculatore a tale curva nel punto $(2, 0, 0)$.

Esercizio 2

Dato il sistema

$$\begin{cases} f(x, y, z) = -\cos(z - y) + e^{(x-2)z} + \log(x - 1) = 0 \\ g(x, y, z) = (x - 2)^2 + \sin(z) + e^{z+y} - 1 = 0, \end{cases}$$

verificare che in un intorno del punto $(2, 0, 0)$ è possibile esplicitare x e y in funzione di z . Scrivere quindi le formule di Taylor delle funzioni x e y in un intorno di $z = 0$ arrestate al secondo ordine.

Esercizio 3

Trovare l'integrale generale per l'equazione differenziale

$$y^{(6)} - 3y''' + 2y = 2 \sin(3t).$$

Esercizio 4

Studiare la seguente serie di potenze per $z \in \mathbb{C}$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n \log(n^2 + 4)}{\sin(n) + n^3 + 1} z^n.$$