Università degli Studi dell'Aquila
Facoltà di Ingegneria

26 novembre 2010

Analisi Matematica 3

Durata della prova: 120 minuti
Prova orale: a seguire

Esercizio 1

Verificare il teorema di Gauss per la regione

$$\Omega = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\right\}$$

e il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy, \ yz, \ xz)\,.$$

Esercizio 2

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} 4u_{xx} + 9u_{yy} = 0, & -\pi < x < \pi, \ -\pi < y < \pi, \\ u(-\pi, y) = u(\pi, y) = 0, & -\pi < y < \pi, \\ u(x, -\pi) = u(x, \pi) = \sin x, & -\pi < x < \pi. \end{cases}$$

Esercizio 3

Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = z^2 e^{z-i} + \frac{1}{z+1},$$

determinarne lo sviluppo in serie di Laurent centrato in $z_0 = i$ e convergente in $z = -2$.

Esercizio 4

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'''(t) - 4y'(t) = 5e^{7t} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$