Analisi Matematica II (6 cfu) — A

Scritto del 25 gennaio 2011

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: ____
Matricola: ____

prova orale: 31 gennaio 2011

Esercizio 2

Data l'equazione
$$F(x,y,z) = \sin^2 x + \ln(1 + x + y^2 + z^2) - e^{xyz} + 1 = 0,$$

a) verificare che in un intorno di $(0,0,0)$ è possibile esplicitare x in funzione di y e z;

b) riconoscere che $(0,0)$ è un punto stazionario per la funzione $x = x(y,z)$;

c) usando lo sviluppo di Taylor della funzione $x(y,z)$ arrestato al secondo ordine, calcolare il limite
$$\lim_{(y,z)\to(0,0)} \frac{x(y,z)}{y^2+z^2}.$$

Esercizio 3

Sia dato il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' + 2\sin^2(t)y = 3\cos(2t) - 3 \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

- Stabilire se valgono i teoremi di esistenza, e di esistenza e unicità locali e il teorema di esistenza globale.
- Determinare le soluzioni (o l'unica soluzione) del problema e l'intervallo massimale di esistenza.

Esercizio 8

Studiare la natura dei punti critici della funzione
$$f(x,y) = 2x^2 - e^{x^2+y^2}.$$

Esercizio 9

Studiare la seguente serie numerica al variare di α, $\beta \in \mathbb{R}$:
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 e^{-\beta n}}{n^\alpha + 2n}.$$