

# ANALISI MATEMATICA III (3, 4, 6 CFU) — A

Scritto del 25 gennaio 2011

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**prova orale:** 31 gennaio 2011

## Esercizio 1

Mediante la formula dell'area (applicazione della formula di Gauss–Green sul piano), calcolare l'area della regione piana

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y, x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

Sono richiesti l'enunciato della formula dell'area e il disegno della regione  $A$ , opportunamente commentati.

## Esercizio 5

Mediante l'uso della separazione delle variabili di Fourier, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < 1 \\ u(x, 0) = 3 \cos(4x) & 0 < x < \pi \\ u(x, 1) = 5 \cos(2x) & 0 < x < \pi \\ u_x(0, y) = u_x(\pi, y) = 0 & 0 < y < 1 \end{cases}$$

## Esercizio 6

Giustificando opportunamente tutte le affermazioni e utilizzando i metodi dell'analisi complessa, calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 - 49} dx.$$

## Esercizio 7

Mediante la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \sin(2t) = x(t) - \int_0^t x'(\tau) \sin(t - \tau) d\tau \\ x(0) = 1. \end{cases}$$