

ANALISI MATEMATICA II (6 CFU) — A

Scritto dell'11 febbraio 2011

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 14 febbraio 2011

Esercizio A

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, determinare i sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 in cui $f(x, y)$ è continua e in cui $f(x, y)$ è differenziabile. Se possibile, determinare quindi l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$.

Esercizio B

Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x^2 \cos(xy) dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x \leq 1\}.$$

È richiesto il disegno dell'insieme D .

Esercizio 2

Verificare che la funzione

$$f(x, y) = x^2 + 2y$$

ammette massimo e minimo assoluti nell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1; |x| \leq 2; |y| \leq 2\}.$$

Determinare tali valori e i punti in cui gli stessi sono assunti.

Esercizio 3

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 8y = 3t^2 e^{-2t} + 2 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \\ y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = 0. \end{cases}$$