Analisi Matematica II (8, 9, 11 cfu) — A

Scritto dell'11 febbraio 2011

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: ________________________________

Matricola: ________________________________

prova orale: 14 febbraio 2011

Esercizio 1

Verificare il Teorema di Gauss per il campo vettoriale

$$F(x,y,z) = (x, y, z(z-\sqrt{2}))$$

sul dominio

$$D = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+y^2+z^2 \le 4, \ 0 \le z \le \sqrt{2} \right\}.$$

Sono richiesti l'enunciato del teorema e il disegno del dominio, opportunamente commentati.

Esercizio 2

Verificare che la funzione

$$f(x,y) = x^2 + 2y$$

ammette massimo e minimo assoluti nell'insieme

$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+y^2 \ge 1; \ |x| \le 2; \ |y| \le 2 \right\}.$$

Determinare tali valori e i punti in cui gli stessi sono assunti.

Esercizio 3

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 8y = 3t^2 e^{-2t} + 2\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \\ y(0) = 1, \ y'(0) = 2, \ y''(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 4

Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -2 < x < -1, \\ x & -1 < x < 1, \\ -1 & 1 < x < 2, \end{cases}$$

estesa 4-periodica su $\mathbb{R}$.

- Disegnare il grafico della funzione su tutto $\mathbb{R}$;
- Determinare la serie di Fourier associata ad f;
- Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier.