

ANALISI MATEMATICA III (3, 4, 6 CFU) — A

Scritto dell'11 febbraio 2011

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 14 febbraio 2011

Esercizio 1

Verificare il Teorema di Gauss per il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, y, z(z - \sqrt{2}))$$

sul dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq z \leq \sqrt{2}\}.$$

Sono richiesti l'enunciato del teorema e il disegno del dominio, opportunamente commentati.

Esercizio 4

Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -2 < x < -1, \\ x & -1 < x < 1, \\ -1 & 1 < x < 2, \end{cases}$$

estesa 4-periodica su \mathbb{R} .

- Disegnare il grafico della funzione su tutto \mathbb{R} ;
- Determinare la serie di Fourier associata ad f ;
- Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier.

Esercizio 5

Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\Gamma} \frac{z-1}{(z+1)(z^3+1)^2} dz,$$

dove Γ è il bordo del quadrato del piano di Gauss di vertici $0, 2, 2+2i, 2i$ percorso in senso antiorario.

Esercizio 6

Determinare sinolarità isolate, la loro classificazione e i residui per la funzione

$$f(z) = \frac{z}{z^2+1} + 2z^3 e^{\frac{z}{z+4}}.$$

Determinare quindi lo sviluppo in serie di Laurent di f centrato $z_0 = -4$ e convergente in $z = 0$.