

# ANALISI MATEMATICA III (3, 4, 6 CFU) — A

Scritto del 13 giugno 2011

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

prova orale:  20 giugno 2011  29 giugno 2011  4 luglio 2011  14 luglio 2011

## Esercizio 2

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left( \frac{4x}{x^2 + 4y^4 + \sqrt{z}}, \frac{32y^3}{x^2 + 4y^4 + \sqrt{z}}, \frac{1}{\sqrt{z}(x^2 + 4y^4 + \sqrt{z})} \right).$$

Stabilire il più grande insieme di definizione  $\Omega$  dove  $F$  è di classe  $C^1$ . Verificare che  $F$  è irrotazionale e, dopo aver stabilito se  $F$  è conservativo in  $\Omega$ , calcolarne (eventualmente) un potenziale.

## Esercizio 4

Sia data la funzione  $f(x) = (x - 1)^2$  per  $x \in [0, 1]$ , estesa pari a  $[-1, 0]$  e quindi 2-periodica su  $\mathbb{R}$ .

- Disegnare il grafico della funzione così ottenuta su tutto  $\mathbb{R}$ ;
- Determinare la serie di Fourier associata ad  $f$ ;
- Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier.

## Esercizio 5

Data la funzione

$$f(z) = \frac{z}{z-2} e^z,$$

scrivere tutti i suoi sviluppi in serie di Laurent con centro  $z = 2$ .

## Esercizio 6

Mediante la trasformata di Laplace, determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y^{(4)} - 4y'' = 3te^{2t} \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0. \end{cases}$$