Analisi Matematica II (8, 9, 11 cfu) — A

Scritto del 13 giugno 2011

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: ______________________________________
Matricola: ______________________________________

prova orale: ☐ 20 giugno 2011 ☐ 29 giugno 2011 ☐ 4 luglio 2011 ☐ 14 luglio 2011

Esercizio 1

Sia dato il sistema non lineare di due equazioni in tre incognite (x, y, z):

$$\begin{cases} e^{x+y^2} - \cos(5y + 4z) + \arctan(2x + 3y + 5z) = 0 \\ (2 + x + y)^2 - (2 + y + z)^2 + 3\sin^2(x + z) = 0. \end{cases}$$

Dire se in un intorno dell'origine di $\mathbb{R}^3$ è possibile esplicitare due variabili (a scelta?) in funzione della terza. In caso affermativo, ottenere uno sviluppo fino all'ordine due.

Esercizio 2

Sia dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(\frac{4x}{x^2 + 4y^4 + \sqrt{z}}, \frac{32y^3}{x^2 + 4y^4 + \sqrt{z}}, \frac{1}{\sqrt{z}(x^2 + 4y^4 + \sqrt{z})} \right).$$

Stabilire il più grande insieme di definizione Ω dove F è di classe C^1. Verificare che F è irrotazionale e, dopo aver stabilito se F è conservativo in Ω, calcolarne (eventualmente) un potenziale.

Esercizio 3

Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} - 4y'' = 3te^{2t}.$$

Esercizio 4

Sia data la funzione $f(x) = (x - 1)^2$ per $x \in [0, 1]$, estesa pari a $[-1, 0]$ e quindi 2-periodica su $\mathbb{R}$.

- Disegnare il grafico della funzione così ottenuta su tutto $\mathbb{R}$;
- Determinare la serie di Fourier associata ad f;
- Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier.