

ANALISI MATEMATICA III (3, 4, 6 CFU) — A

Scritto del 15 luglio 2011

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 18 luglio 2011

Per ogni esercizio consegnato/non consegnato, barrare la casella corrispondente

Esercizio 2 consegnato non consegnato

Verificare il teorema di Gauss per l'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, x \geq 0, y \geq 0\}$$

e il campo vettoriale $F(x, y, z) = (0, 0, 2z^2)$. Sono richiesti il disegno dell'insieme D e l'enunciato del teorema, opportunamente commentati.

Esercizio 5 consegnato non consegnato

Mediante l'uso della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & (x, y) \in (0, \pi) \times (0, \pi) \\ u(x, 0) = 2 \sin(3x) & 0 < x < \pi \\ u(x, \pi) = 3 \sin(2x) & 0 < x < \pi \\ u(0, y) = u(\pi, y) = 0 & 0 < y < \pi \end{cases}$$

Esercizio 6 consegnato non consegnato

Giustificando opportunamente tutti i calcoli, calcolare il seguente integrale:

$$\oint_{\Gamma} \left(\frac{1}{z^2 \sin\left(\frac{1}{z}\right)} + ze^{\frac{1}{z-2}} \right) dz,$$

dove Γ è il bordo dell'insieme $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{4} \leq |z| \leq 4\}$ percorso in senso positivo. Sono richiesti il disegno dell'insieme Ω e del suo bordo Γ , con indicato il verso (positivo) di percorrenza di quest'ultimo.

Esercizio 7 consegnato non consegnato

Giustificando opportunamente tutti i calcoli, calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^4 + 4}.$$