

ANALISI MATEMATICA II (3, 6 CFU) — B

Scritto del 21 novembre 2011

Durata della prova (totale): 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

prova orale: 25 novembre 2011

Per ogni esercizio consegnato/non consegnato, barrare la casella corrispondente

Esercizio 1 consegnato non consegnato

Data l'equazione

$$f(x, y) = ex^2 + 2e^{\cos(x)} - \arctan(y) - 2e = 0,$$

verificare che in un intorno di $(0, 0)$ si può esplicitare una variabile (a scelta?) in funzione dell'altra. Verificare che la funzione definita implicitamente ha un punto critico nell'origine e, utilizzando la formula di Taylor, stabilire la natura di tale punto.

Esercizio 3 consegnato non consegnato

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -4t\sqrt{y+1} \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

studiando in particolare l'esistenza, l'esistenza e unicità locali e l'esistenza globale delle soluzioni. Tracciare quindi un grafico approssimativo delle soluzioni.

Esercizio A consegnato non consegnato

Dopo averne stabilito opportunamente l'esistenza, determinare il massimo e il minimo della funzione

$$f(x, y) = xy$$

nell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Esercizio B consegnato non consegnato

Studiare la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \cos(n^\alpha)}{n^\alpha + 3|\log(n)|}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.