

# ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) — A

Scritto del 15 giugno 2012

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

**Per le nuove modalità, svolgere tre esercizi a scelta e rispondere alla domanda**

## Esercizio 1 [7 punti]

Mediante la formula dell'area (applicazione della formula di Gauss-Green sul piano), determinare l'area della regione di piano

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x|^3 \leq y \leq 2 - x^2\}.$$

Sono richiesti il disegno di  $D$  e la formula dell'area, opportunamente commentati.

## Esercizio 2 [7 punti]

Mediante il metodo di Fourier della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin(x) & 0 < x < \pi \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

## Esercizio 3 [7 punti]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema di Cauchy:  $\begin{cases} y'' + 4y' - 5y = 2te^t \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

Per l'antitrasformata di Laplace, *si deve utilizzare la formula di antitrasformazione, opportunamente commentata.*

## Esercizio 4 [7 punti]

Calcolare la serie di Laurent di centro  $z = 0$  e convergente in  $z = 2$  per la funzione  $f(z) = \frac{z-1}{(z+1)^2}$ .

## Domanda

- Enunciare le definizioni di campo vettoriale irrotazionale e di campo vettoriale conservativo in  $\mathbb{R}^3$ . Enunciare quindi le implicazioni tra i due concetti (non riportare solo formule e/o simboli, ma scrivere esplicitamente le definizioni). [3 punti]
- Enunciare un teorema che fornisca condizioni equivalenti alla definizione di campo conservativo. [2 punti]