Analisi Matematica II (6 cfu) — A

Scritto del 15 giugno 2012

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: ______________________________________

Matricola: ______________________________________

Per le nuove modalità, svolgere l'esercizio 1, due a scelta dei restanti tre (2, A, B) e rispondere alla domanda

Esercizio 1 [7 punti]

Risolvere il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y'' + 4y' - 5y = 2te^t \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$

Esercizio 2 [7 punti]

Stabilire che il sistema $\begin{cases} e^z + x^2 - \log(1+xy) - \cos(z) = 0 \\ \sin(2y) - 1 + z^2 + \cos(xyz) = 0 \end{cases}$ definisce implicitamente una funzione $\begin{cases} y = y(x) \\ z = z(x) \end{cases}$ in un intorno del punto $(0,0,0)$ e determinarne la formula di Taylor al secondo ordine per tale funzione.

Esercizio A [7 punti]

Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D y \log(x) dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x,\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Esercizio B [7 punti]

Stabilire se la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x^2) - x^2 - 2x^3y - 3y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è differenziabile in $(0,0)$ e, in caso affermativo, calcolare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $(0,0,0)$.

Domanda

- Enunciare la definizione di punto critico per una funzione di due variabili $f(x,y)$. **[2 punti]**
- Enunciare il teorema riguardante lo studio della natura dei punti critici di una funzione di due variabili $f(x,y)$. **[3 punti]**