

# ANALISI MATEMATICA II (6 CFU) — A

Scritto del 2 luglio 2012

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Per le nuove modalità, svolgere gli esercizi 1, A, B e rispondere alla domanda

## Esercizio 1 [7 punti]

Studiare il seguente problema di Cauchy: 
$$\begin{cases} y' = y(y^2 - 4) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

## Esercizio 2

Dopo averne stabilito opportunamente l'esistenza, trovare il massimo e il minimo della funzione  $f(x, y) = 4x^2 + y^2$  nell'insieme  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| - 1 \leq y \leq 1 - |x|\}$ .

## Esercizio A [7 punti]

Stabilire che l'equazione

$$\arctan(y) - 2 \sin(x)^2 + \log(1 + 2x^2) - e^{2y} + \cos(y) = 0$$

definisce implicitamente una funzione  $y = y(x)$  in un intorno del punto  $(0, 0)$ . Dimostrare che  $x = 0$  è un punto critico per tale funzione e studiarne la natura utilizzando la formula di Taylor per  $y(x)$  arrestata ad un ordine opportuno.

## Esercizio B [7 punti]

Studiare la serie numerica  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+2}{n^2+4} x^n$  al variare di  $x \in \mathbb{R}$ .

## Domanda

- Enunciare il teorema dei moltiplicatori di Lagrange in  $\mathbb{R}^2$ . [2 punti]
- Illustrare in un esempio concreto, scegliendo quindi un vincolo in  $\mathbb{R}^2$  e una funzione  $f(x, y)$  opportuna (può essere utile pensare ad  $f$  lineare?), gli aspetti *geometrici* di tale teorema. [3 punti]