

ANALISI MATEMATICA II (6 CFU) — A

Scritto del 20 luglio 2012

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Per le nuove modalità, svolgere l'esercizio 1, e due a scelta dei restanti tre e rispondere alla domanda [ogni esercizio vale 7 punti]

Esercizio 1

Studiare il seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y' = 6t^2\sqrt{4-y} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Esercizio 2

Con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ vincolati a $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y = 2\}$.

Esercizio A

Stabilire che l'equazione

$$\log(z) - z^2 + \sin(x^2 - y^2) + e^{2(x-y)} = 0$$

definisce implicitamente una funzione $z = z(x, y)$ in un intorno del punto $(0, 0, 1)$. Determinare la formula di Taylor per tale funzione fino all'ordine due.

Esercizio B

Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D y dx dy,$$

dove

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \left| x - \sqrt[4]{2} \right| \leq y \leq 2 - \left(x - \sqrt[4]{2} \right)^4 \right\}.$$

Domanda

- Enunciare la definizione di differenziabilità per una funzione di due variabili $f(x, y)$. [2 punti]
- Data una funzione di due variabili $f(x, y)$ differenziabile, dopo averne discusso l'esistenza, scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico in punto $(x_0, y_0, z_0 = f(x_0, y_0))$. [3 punti]