

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) — A

Scritto del 10 settembre 2012

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Esercizio 1 [7 punti]

Sia dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + 4y^2 + 9z^2} - x, \frac{4y}{x^2 + 4y^2 + 9z^2}, \frac{9z}{x^2 + 4y^2 + 9z^2} \right)$.

Determinare il più grande insieme D dove F è definito e C^1 e studiare le classi di omotopia di D . Verificare se F è irrotazionale in D . Stabilire quindi *a priori* se F è conservativo in D e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale in D . Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [7 punti]

Mediante il metodo di Fourier della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < \pi, 0 < y < 2 \\ u(x, 0) = \cos(x) - 2\cos(2x) & 0 < x < \pi \\ u(x, 2) = 0 & 0 < x < \pi \\ u_x(0, y) = u_x(\pi, y) = 0 & 0 < y < 2 \end{cases}$$

Esercizio 3 [7 punti]

Con i metodi dell'analisi complessa (opportunamente commentanti, anche attraverso il disegno), risolvere il seguente integrale:

$$v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x(x^4 - 1)} dx.$$

Domanda

- Enunciare la definizione di trasformata di Laplace per opportune funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. [2 punti]
- Enunciare e commentare la formula per l'antitrasformata di Laplace per opportune funzioni $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, descrivendo in particolare una metodologia per il calcolo della stessa. [3 punti]