Analisi Matematica 2, Edile-Architettura — prova parziale. Durata: 90 min 17.11.12

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Domanda 1 [2 punti]

Enunciare le definizioni di campo vettoriale irrotazionale e conservativo. Scrivere i dettagli delle formule e non solo i simboli.

Risposta

Domanda 2 [2 punti]

Dato un campo vettoriale $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ conservativo, dimostrare che F è irrotazionale. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Risposta

Esercizio 1 [12 punti]

Prima di utilizzare la formula di Taylor, stabilire che l'equazione $e^{z-xy} - \cos(x+y) + \sin(z+x^2)=0$ definisce implicitamente una funzione $z = \varphi(x, y)$ in un intorno del punto $(0, 0, 0)$. Successivamente determinare la formula di Taylor per $\varphi(x, y)$ al primo ordine e al secondo ordine, ridimostrando in particolare quanto affermato in precedenza. Infine, tramite tale formula, dimostrare che $(0, 0)$ è un punto critico per $\varphi(x, y)$ e stabilirne la natura.

Risoluzione

Esercizio 2 [12 punti]

Verificare il teorema di Gauss per l'insieme $\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 \geq x^2 + y^2,\ 0 \leq z \leq 1, x \geq 0\right\}$ e il campo vettoriale $F(x, y, z) = (0, 2y, -z)$. Sono richiesti il disegno dell'insieme e la formula del teorema, opportunamente commentati.

Risoluzione