

ANALISI MATEMATICA III (6 CFU) — A

Scritto del 19 novembre 2012

Durata della prova: 120 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Esercizio 1 [7 punti]

Sia dato il campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{xy}{\sqrt{x^2+(y-4)^2}}, \sqrt{x^2+(y-4)^2} + \frac{y^2-4y}{\sqrt{x^2+(y-4)^2}} \right)$. Determinare il più grande insieme D dove F è definito e C^1 e studiare le classi di omotopia di D . Verificare se F è irrotazionale in D . Stabilire quindi a priori se F è conservativo in D e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale in D . Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [7 punti]

Mediante il metodo di Fourier della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin(3x) + 4\sin(7x) & 0 < x < \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 [7 punti]

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = \frac{1}{x^4 + 4}$.

Domanda

per 6 CFU: Scrivere le *definizioni* di singolarità isolata, singolarità eliminabile, polo, singolarità essenziale. [5 punti]

per 3/4 CFU: Scrivere la formula di Gauss–Green sul piano e descrivere come la stessa possa essere ottenuta come conseguenza del teorema di Stokes. [5 punti]