Analisi Matematica 2, 8/9/11 cfu — versione A. Durata della prova: 2 ore **19.11.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Esercizio 1

Studiare il seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} y' = t^4(y^2-9) \\ y(0) = 0. \end{cases}$

Esercizio 2

Sia dato il campo vettoriale $F(x,y) = \left(\frac{xy}{\sqrt{x^2+(y-4)^2}}, \sqrt{x^2+(y-4)^2} + \frac{y^2-4y}{\sqrt{x^2+(y-4)^2}} \right)$. Determinare il più grande insieme D dove F è definito e C^1 e studiare le classi di omotopia di D. Verificare se F è irrotazionale in D. Stabilire quindi a priori se F è conservativo in D e, in caso affermativo, determinare un suo potenziale in D. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 3

Mediante il metodo di Fourier della separazione delle variabili, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 0 & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(x,0) = \sin(3x) + 4\sin(7x) & 0 < x < \pi \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$

Domanda 1

Scrivere la formula di Gauss–Green sul piano e descrivere come la stessa possa essere ottenuta come conseguenza del teorema di Stokes.