

Prova di Analisi Numerica – 15/01/2014 –

Durata: 90 minuti

Si consideri il seguente sistema lineare 3×3 , $Ax = b$ con A matrice dei coefficienti definita come

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad i, j \leq 3$$

e termine noto $b = -\left(\frac{11}{6}, \frac{13}{12}, \frac{47}{60}\right)^T$.

1. Si dica, motivando la risposta ed utilizzando Matlab, se il sistema è ben condizionato e si esponano le principali proprietà della matrice A . Come si chiama tale matrice?
2. Si stabilisca se la matrice A è fattorizzabile secondo *Cholesky*.
3. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
 - generi la matrice A utilizzando due cicli `for`; con quale function Matlab si può generare la matrice A ?
 - calcoli la soluzione numerica del problema assegnato, applicando la fattorizzazione di *Cholesky*;
 - sapendo che la soluzione del sistema è $\alpha = -(1, 1, 1)^T$, calcoli, in norma infinito, l'errore assoluto commesso dal metodo diretto;
 - dopo aver perturbato la seconda componente del termine noto b come $\tilde{b}_2 = b_2 + 10^{-4}$, si applichi la fattorizzazione di *Cholesky* al nuovo sistema perturbato e si calcoli, in norma infinito, l'errore assoluto commesso in questo caso;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva costituita da due righe che riporti:

<code>n</code>	<code>soluzione</code>	<code>errore</code>
----------------	------------------------	---------------------

dove `n` indica la stima del numero di operazioni necessarie per calcolare la soluzione, `soluzione` indica il vettore riga della soluzione ed `errore` indica la corrispondente norma infinito dell'errore assoluto, ottenuti con la fattorizzazione di *Cholesky* per risolvere il sistema perturbato e quello non perturbato. Si utilizzino i seguenti formati di stampa:
3 cifre intere per il numero di operazioni,
12 cifre decimali e virgola fissa per la soluzione approssimata,
2 cifre decimali e virgola mobile per l'errore.
4. Si commentino i risultati e si giustifichino teoricamente gli errori ottenuti.