

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di analisi numerica

29 gennaio 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Sia dato il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + \frac{2}{x}yy' = 0, & x \in (1, 2], \\ y(1) = \frac{1}{2}, \quad y'(1) = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

1. Si verifichi che la funzione $y(x) = \frac{x}{1+x}$ è soluzione del problema proposto e si dica, sapendo che la soluzione e la sua derivata sono funzioni limitate nell'intervallo $(1, 2]$, se il problema è ben posto.
2. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
 - determini la soluzione utilizzando il metodo di *Runge-Kutta del quarto ordine* e il metodo di *Eulero esplicito*, con passo $h = \frac{1}{50}$;
 - per ciascun metodo utilizzato, calcoli l'errore assoluto in ogni nodo e l'errore assoluto massimo commesso;
 - per ciascun metodo utilizzato, restituisca una stima dell'errore locale unitario di troncamento;
 - faccia visualizzare una tabella *ogni due nodi* e costituita da quattro colonne in cui compaiano:

nodi	sol_esatta	err_RK4	err_Eulero
------	------------	---------	------------

dove **nodi** sono i nodi della partizione, **sol_esatta** è la soluzione analitica calcolata nei nodi, **err_RK4** e **err_Eulero** sono i corrispondenti errori assoluti ottenuti con i due metodi; si utilizzino i seguenti formati di stampa:
 - 3 cifre decimali e formato *fixed point* per i valori dei nodi;
 - 9 cifre decimali e formato *fixed point* per la soluzione analitica;
 - 1 cifra decimale e formato *floating point* per gli errori.
3. Si grafichino, su una stessa finestra grafica, le soluzioni approssimate ottenute con i due metodi e corredate di titolo e label. Si utilizzi il tratto continuo per graficare la soluzione ottenuta con RK4 e il punto-linea per graficare la soluzione ottenuta con Eulero esplicito.
4. Si commentino i risultati, confrontando opportunamente gli errori e le stime ottenute.