Analisi Matematica 2, Edile-Architettura — A. Durata della prova: 2 ore **06.02.14**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Domanda [4 punti]

Dire sotto quali condizioni sono garantite: (1) l'esistenza (2) l'esistenza e l'unicità della soluzione per il problema di Cauchy.

Risposta

Esercizio 1 [8 punti]

Verificare il teorema della divergenza per il campo vettoriale $F(x, y, z) = (xy, 0, yz)$ e il dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1,\ x > 0,\ z > 0,\ 0 \leq y \leq 2\}.$$

Disegnare D e giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Risoluzione

Esercizio 2 [8 punti]

Dimostrare che l'equazione

$$g(x, y, z) = y \sin z + z \ln x + x - 1 = 0$$

definisce implicitamente in un intorno del punto $(1, 0, 0)$ una e una sola funzione $x = f(y, z)$. Mediante gli sviluppi di Taylor fino all'ordine necessario, verificare che il punto $(0, 0)$ é critico per la funzione implicitamente definita e determinarne la natura. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Risoluzione

Esercizio 3 [8 punti]

Trovre la soluzione generale dell'equazione

$$y^{(IV)} - 4y = e^t - 4t^3.$$

Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Risoluzione