

# ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

## *Prova di variabile complessa*

3 luglio 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

e-mail: \_\_\_\_\_

### **Esercizio 1** [12 punti]

Calcolare il seguente integrale:

$$\oint_{\Gamma} \frac{z^2 \cos\left(\frac{2}{z}\right) - e^{\frac{1}{z^2+2}}}{z} dz,$$

dove  $\Gamma$  è la circonferenza di raggio unitario centrata in 0 e percorsa in senso antiorario. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

### **Esercizio 2** [12 punti]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il seguente problema:

$$\begin{cases} 2x - x' = \int_0^t \tau x(t - \tau) d\tau, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Nel calcolo dell'antitrasformata, utilizzare la formula di antitrasformazione, opportunamente commentata.

### **Domanda** [4 punti]

Enunciare il teorema di Cauchy–Goursat e successivamente enunciare e dare un cenno della dimostrazione delle formule di Cauchy.

### **Risposta**

# ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

## *Prova di analisi numerica*

3 luglio 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Sia dato il sistema lineare  $Ax = b$  con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

e vettore  $b$  tale che la soluzione sia  $\alpha = (5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1)^T$ .

1. Si studi la convergenza del metodo del rilassamento (SOR) per il sistema assegnato considerando per  $\omega$  i valori  $[0.75, 0.85, 0.95]$ .
2. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:

- faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
- calcoli la soluzione numerica del problema assegnato, per i tre valori assegnati di  $\omega$ , con una tolleranza di  $10^{-8}$ ; si ponga il vettore di innesco uguale a  $x_0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$ ;
- costruisca, utilizzando un ciclo `for`, una tabella riassuntiva di tre righe con una intestazione:

`iterazioni    soluzione    errore`

e che in ciascuna riga contenga il numero di iterazioni necessarie per la tolleranza richiesta, il vettore riga della soluzione approssimata e l'errore relativo corrispondente in norma infinito per ciascun valore di  $\omega$ , utilizzando i seguenti formati di stampa:

3 cifre e formato intero per il numero dell'iterazione;

8 cifre decimali e virgola fissa per la soluzione;

2 cifre decimali e formato *floating point* per l'errore.

3. Si commentino i risultati.