

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di variabile complessa

17 luglio 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Esercizio 1 [12 punti]

Scrivere la definizione trasformata di Fourier e successivamente calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \sin(2\pi x)e^{-3|x|}.$$

Non utilizzare eventuali formule note, ma calcolare esplicitamente la trasformata richiesta. Utilizzare eventuali proprietà della trasformata solo dopo averle dimostrate in generale e giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [12 punti]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + 2y' = 2 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1; y''(0) = 0. \end{cases}$$

Nel calcolo dell'antitrasformata, utilizzare la formula di antitrasformazione, opportunamente commentata.

Domanda [4 punti]

Enunciare il teorema sulle serie di Laurent e successivamente, utilizzando opportunamente tale serie, fornire la classificazione delle singolarità isolate per una funzione di variabile complessa.

Risposta

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di analisi numerica

17 luglio 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Si consideri il sistema lineare quadrato 5×5 $Ax = b$ con gli elementi di A definiti come segue

$$a(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{se } i < j \\ -2 - \frac{i-1}{2} & \text{se } i = j; \quad i, j = 1, \dots, 5, \\ -\frac{1}{4} & \text{se } i > j \end{cases}$$

e vettore b dato da

$$b = - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

1. Si costruisca la matrice A utilizzando opportunamente le function *ones*, *diag*, *triu* e *tril* di Matlab. Si analizzino le proprietà della matrice A e si dica se i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel sono convergenti.
2. Si costruiscano quindi le matrici di iterazione relative ai due metodi e si determini il metodo più veloce.
3. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
 - riporti le istruzioni relative ai punti 1. e 2. precedenti;
 - dopo aver dato il vettore d'innescio $x_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$, *precisione* = 10^{-8} e il valore di *nmax* = 90, determini la soluzione approssimata del sistema $Ax = b$ utilizzando entrambi i metodi;
 - sapendo che la soluzione del sistema è il vettore $x_0 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$, calcoli l'errore assoluto in norma infinito, ad ogni iterazione;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva, costituita da due righe, con l'intestazione:
`rho soluzione errore residuo`
e sulle due righe: `rho` rappresenta il raggio spettrale dei due metodi, `soluzione`, `errore` e `residuo` rappresentano, rispettivamente, la soluzione approssimata, l'errore assoluto e il residuo in norma infinito dei due metodi, valutati per entrambi i metodi all'iterazione con cui è uscito il metodo più veloce; si utilizzino i seguenti formati di stampa:
3 cifre decimali e formato *floating point* per i raggi spettrali;
7 cifre decimali e formato virgola fissa per i valori della soluzione approssimata;
2 cifre decimali e formato virgola mobile per i valori dell'errore e del residuo.
4. Si commentino i risultati ottenuti.