

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di variabile complessa

25 settembre 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Esercizio 1 [12 punti]

Dopo averlo enunciato e averne dato un cenno della dimostrazione, applicare il teorema dei residui per calcolare

$$\oint_{\gamma} z \left(e^{\frac{3}{z}} - \frac{2}{\sin(z)} \right) dz,$$

dove γ è la circonferenza di centro 0 e raggio 4 percorsa in senso antiorario. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [12 punti]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} X' = X + 2Y \\ Y' = Y - X \\ X(0) = 1; Y(0) = 0. \end{cases}$$

Nel calcolo dell'antitrasformata, utilizzare la formula di antitrasformazione, opportunamente commentata.

Domanda [4 punti]

Scrivere la definizione di Trasformata di Fourier. Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, sotto opportune condizioni, dimostrare la formula della trasformata di Fourier della derivata di una funzione.

Risposta

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di analisi numerica

25 settembre 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Sia data la matrice di ordine $n = 5$:

$$A = \begin{pmatrix} 2(1+\beta) & -\beta & 0 & 0 & 0 \\ -\beta & 2(1+\beta) & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & 2(1+\beta) & -\beta & 0 \\ 0 & 0 & -\beta & 2(1+\beta) & -\beta \\ 0 & 0 & 0 & -\beta & 2(1+\beta) \end{pmatrix}; \quad \beta = \frac{1}{2}.$$

La matrice A può essere scomposta come $A = 2I + \beta T$, dove I è la matrice identità di ordine 5 e

$$T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Si generi la matrice A utilizzando le informazioni fornite ed usando opportunamente le funzioni *eye* e *diag* di Matlab; si analizzino, inoltre, le proprietà della matrice.

1. Considerando il sistema lineare $Ax = b$, con b tale che la soluzione sia $\alpha = (1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 1)^T$, si studi la convergenza del metodo SOR per tale sistema.
2. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
 - calcoli la soluzione numerica del problema assegnato, applicando il metodo SOR con parametro ω ottimale, con una precisione uguale a 10^{-8} ; si ponga $nmax = 30$ e il vettore di innesco uguale al vettore nullo;
 - calcoli, in norma infinito, l'errore assoluto ad ogni iterazione commesso dal metodo;
 - faccia visualizzare una tabella con l'intestazione:

<code>it</code>	<code>soluzione</code>	<code>errore</code>	<code>residuo</code>
-----------------	------------------------	---------------------	----------------------

dove `it` è il vettore relativo al numero delle iterazioni eseguite dal metodo, `soluzione` è la matrice contenente, su ogni riga, la soluzione approssimata corrispondente ed `errore` e `residuo` sono, rispettivamente, il vettore degli errori assoluti e il vettore delle norme dei residui, ad ogni iterazione del metodo; si utilizzino opportuni formati di stampa.
3. Si commentino i risultati.