

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di variabile complessa

18 novembre 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Esercizio 1 [12 punti]

Mediante le tecniche dell'analisi complessa, calcolare

$$v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 - 16}.$$

Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [12 punti]

Data la funzione

$$f(z) = z \cos\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{\sin(z)}{z(z-1)^2},$$

determinarne i punti singolari isolati, classificarli e calcolare i residui in tali punti. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Domanda [4 punti]

Scrivere la definizione di funzione originale, ascissa di convergenza, trasformata di Laplace. Enunciare e commentare opportunamente la formula di antitrasformata di Laplace.

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di analisi numerica

18 novembre 2014

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Si consideri il sistema lineare 5×5 avente come incognita il vettore $x_0 = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)^T$:

$$\begin{cases} \beta x_1 + \delta x_2 = -\beta - \delta \\ \delta x_{j-1} + \beta x_j + \delta x_{j+1} = -\beta - 2\delta \quad j = 2, 3, 4 \\ \delta x_4 + \beta x_5 = -\beta - \delta. \end{cases} \quad (1)$$

1. Si assuma $\beta = 10$ e $\delta = -1/2$ e si stabiliscano le caratteristiche della matrice A dei coefficienti del sistema (1).
2. Dopo aver introdotto la matrice A e il termine noto del sistema (1) mediante i comandi Matlab *diag*, *eye* e *ones*, si deduca esaminandoli attentamente e con le dovute motivazioni, la soluzione α . Si dica, tenendo conto di quanto stabilito al punto 1. e anche utilizzando Matlab, se il metodo SOR è convergente.
3. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali e una breve presentazione del problema;
 - riporti le istruzioni Matlab del punto 2.;
 - dopo aver risolto il sistema lineare (1) con il metodo SOR e ω ottimale, punto d'innesco $x_0 = (2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2)^T$, $nmax = 20$ e precisione 10^{-8} , calcoli l'errore assoluto, in norma infinito, ad ogni iterazione;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva per i risultati ottenuti con SOR, che riporti l'intestazione:

<code>iter</code>	<code>soluzione</code>	<code>residuo</code>
-------------------	------------------------	----------------------

dove `iter` è il vettore colonna delle iterazioni eseguite dal metodo, `soluzione` e `residuo` sono, rispettivamente, la matrice della soluzione approssimata ad ogni iterazione del metodo e il vettore dei residui in norma infinito corrispondenti, utilizzando i seguenti formati di stampa:
 - 2 cifre intere per le iterazioni;
 - 9 cifre decimali e virgola fissa per la soluzione;
 - 1 cifra decimale e formato virgola mobile per i residui.
4. Si commentino i risultati; in particolare si confrontino errori e residui.