

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di variabile complessa

16 gennaio 2015

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Esercizio 1 [12 punti]

Determinare le singolarità isolate, classificarle e determinare i relativi residui per la funzione

$$f(z) = z \left(\cos \left(\frac{1}{z} \right) + \frac{z}{\sin^2(z)(z+1)^2} \right).$$

Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [12 punti]

Mediante le tecniche dell'analisi complessa, calcolare il seguente integrale:

$$v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x) dx}{x^3 - 8}.$$

Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Domanda [4 punti]

Enunciare il teorema di Cauchy-Goursat e le formule di Cauchy, dandone un cenno di dimostrazione.

Risposta

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di analisi numerica

16 gennaio 2015

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(t) + 4y'(t) + 8y(t) = 0, & t \in (0, 3] \\ y(0) = \log(4) \\ y'(0) = \log(4). \end{cases}$$

1. Si dica, motivando opportunamente la risposta, se il problema è stabile e se è ben posto.
2. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
 - determini la soluzione approssimata utilizzando il metodo di Runge–Kutta4 del quarto ordine con passi $h1 = 0.1$ e $h2 = 0.025$; si utilizzi un ciclo al variare di $h1$ e $h2$;
 - sapendo che la soluzione analitica è $y(t) = \log(4)e^{-2t} [\cos(2t) + \frac{3}{2} \sin(2t)]$, valuti l'*errore assoluto* nei nodi e poi l'*errore massimo* commesso;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva in cui si riporti un'intestazione

t	sol1	sol2	err1	err2
---	------	------	------	------

 e i nodi t_i coincidenti nei due casi riportati uno ogni cinque, le corrispondenti soluzioni approssimate e gli errori assoluti; si utilizzino i seguenti formati di stampa:
 - 4 cifre decimali e formato virgola fissa per i valori dei nodi;
 - 11 cifre decimali e virgola fissa per le soluzioni approssimate;
 - 1 cifra decimale e formato floating point per gli errori.
3. Si esegua una figura con due finestre grafiche su due righe, nelle quali si riportino la soluzione analitica (linea continua e color blu) e la soluzione approssimata in ciascun caso (color rosso e asterisco). Si corredino le figure di label, titolo e griglia.
4. Si commentino i risultati e si specifichi se essi soddisfano le aspettative teoriche.