

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di variabile complessa

30 gennaio 2015

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

e-mail: _____

Esercizio 1 [12 punti]

Calcolare la serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{z}{z^2 - 4z + 4}$$

di centro $z_0 = 0$ e convergente in i . Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [12 punti]

Utilizzando la trasformata di Laplace, risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = (t + 1)e^t \\ y(0) = y'(0) = 1. \end{cases}$$

Nel calcolo dell'antitrasformata, utilizzare la formula di antitrasformazione, opportunamente commentata.

Domanda [4 punti]

Scrivere la definizione di Trasformata di Fourier. Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, sotto opportune condizioni, dimostrare la formula della trasformata di Fourier della derivata di una funzione.

Risposta

ANALISI NUMERICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Prova di analisi numerica

30 gennaio 2015

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Sia dato il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

e il vettore b tale che la soluzione sia $\alpha = (2, 4, 6, 8, 10)^T$.

1. Si studi la convergenza del metodo di *rilassamento in serie* per il sistema assegnato.
2. Si calcolino, mediante Matlab, i raggi spettrali delle matrici di iterazione con parametri di rilassamento dati da $\omega = [0.9, 1, 1.1, 1.2, 1.3]$. Si utilizzi un ciclo *for* al variare del parametro.
3. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
 - faccia visualizzare una schermata con i dati personali e una breve presentazione del problema;
 - costruisca la matrice A , il vettore b e ω utilizzando una modalità compatta per l'inserimento degli array;
 - calcoli la soluzione numerica del problema assegnato, con una tolleranza di 10^{-8} applicando il metodo al variare dei parametri in ω ; si ponga il vettore di innesco uguale a $x_0 = (-5, -4, -3, -2, -1)^T$;
 - tra quelli assegnati, determini il parametro migliore per la convergenza;
 - faccia visualizzare una tabella riassuntiva che abbia un'intestazione:
`omega rho iterazioni soluzione errore`
e che nella riga i -esima, $i = 1, \dots, 5$, contenga: il valore del parametro $\omega(i)$, il raggio spettrale della matrice di iterazione corrispondente e il numero di iterazioni eseguite, il vettore riga della soluzione approssimata all'ultima iterazione del metodo, utilizzando i seguenti formati di stampa:
 - 3 cifre decimali e formato virgola fissa per il parametro e per il raggio spettrale;
 - 3 cifre e formato intero per il numero delle iterazioni;
 - 7 cifre decimali e virgola fissa per le soluzioni nei 5 casi;
 - 2 cifre decimali e formato floating point per l'errore.
4. Si confrontino e si commentino i risultati.