Analisi Numerica e Complementi di Matematica

Prova di variabile complessa

13 febbraio 2015

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

e-mail: ____

Esercizio 1 [12 punti]

Determinare le singolarità isolate, classificarle e determinare i relativi residui per la funzione

$$f(z) = (z-1)\left(e^{\frac{1}{z-1}} + \frac{1}{z}\right).$$

Determinare quindi la serie di Laurent di tale funzione di centro $z_0 = 1$ e convergente per $0 < |z-1| < 1$. Giustificare opportunamente tutte le affermazioni.

Esercizio 2 [12 punti]

Dopo aver enunciato i relativi teoremi e averne dato un cenno di dimostrazione, utilizzare opportunamente le formule di Cauchy per calcolare

$$\oint_\Gamma \frac{\sin(2z) + \cos(2z)}{(z-\pi)^2} dz,$$

dove $\Gamma \subset \mathbb{C}$ è la circonferenza di centro 0 e raggio 4.

Domanda [4 punti]

Scrivere e commentare opportunamente le definizioni di trasformata e antitrasformata di Laplace. Giustificando opportunamente tutte le affermazioni, dimostrare la formula della trasformata di Laplace della derivata di una funzione.

Risposta

Analisi Numerica e Complementi di Matematica

Prova di analisi numerica

13 febbraio 2015

Durata della prova: 90 minuti

Cognome e nome: ____
Matricola: ____

Sia dato il sistema lineare $A_p x = b_p$:

$$\begin{pmatrix} 8 & p & 0 & 0 \\ p & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+p \\ 10+p \\ 13 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad p \in \mathbb{R}.$$

1. Si determinino dei valori di p per i quali la matrice A_p (simmetrica) sia definita positiva.
2. Per tali valori di p, il metodo di Gauss–Seidel è convergente?
3. Si costruisca un file Matlab: `Cognome_studente_matricola.m` che, una volta avviato:
   - faccia visualizzare una schermata con i dati personali ed una breve presentazione del problema;
   - contenga le istruzioni relative alla costruzione della matrice A_p con $p = 1$ mediante i comandi Matlab *diag*, *ones* e *eye* e una notazione compatta per i vettori;
   - risolva il sistema lineare $A_p x = b_p$ con $p = 1$ utilizzando il metodo di Gauss–Seidel con precisione 10^{-7}, $nmax = 40$ e $x_0 = (0\ 0\ 0\ 0)^T$ (si costruisca x_0 con una modalità compatta per i vettori);
   - faccia visualizzare una tabella riassuntiva che riporti:

     intestazione: `iter` `soluzione` `residuo`

     dove `iter` è il vettore delle iterazioni eseguite dal metodo, `soluzione` è la matrice contenente, su ogni riga, la soluzione approssimata corrispondente e `residuo` è il vettore dei residui in norma, ad ogni iterazione del metodo.
4. Si commentino opportunamente i risultati.