

CdL in Fisica - A.A. 2018-2019  
**Compito di Analisi Matematica 2**

*12 giugno 2019*

### Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = \begin{cases} |x + y| \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in  $\mathbb{R}^2$ .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in  $\mathbb{R}^2$ .
- 1c) Studiare la differenziabilità in  $\mathbb{R}^2$ .

### Esercizio 2

Dato il campo vettoriale  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definito da  $F(x, y, z) = (2x, xz, y^2)$ , calcolare il flusso di  $F$  e di  $\text{rot}(F)$  uscente dalla superficie

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1 \right\} \cup \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 = \frac{y^2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2} \leq |y| \leq 2 \right\}.$$

### Esercizio 3

Stabilire gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \arctan\left(\frac{e^{\sqrt{n}x}}{n}\right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

### Esercizio 4

Si consideri il sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{(x-y)} - 1 \\ \dot{y} = x(2 - x - y). \end{cases}$$

- 4a) Classificare i punti di equilibrio del sistema.
- 4b) Disegnare il ritratto di fase globale del sistema.