

CdL in Fisica - A.A. 2018-2019
Compito di Analisi Matematica 2
14 gennaio 2019

Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = \begin{cases} |x-1| \frac{\sin(x^3+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in \mathbb{R}^2 .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in \mathbb{R}^2 .
- 1c) Studiare la differenziabilità in \mathbb{R}^2 .

Esercizio 2

Dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = (y, z, x)$, calcolare il flusso di F e di $\text{rot}F$ attraverso la superficie Σ definita da

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

Esercizio 3

Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} + y^{(3)} + 2y'' + y' + y = t + 1$$

Esercizio 4

Si consideri il sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x + x^2 \end{cases}$$

- 4a) Determinare i punti di equilibrio e trarre le possibili conclusioni mediante il metodo di linearizzazione.
- 4b) Stabilire eventuali simmetrie del sistema che possano permettere di perfezionare quanto stabilito al punto 4a).
- 4c) Disegnare il ritratto di fase del sistema dinamico.