

# CdL in Matematica - A.A. 2018-2019

## Compito di Analisi Matematica B

14 gennaio 2019

### Esercizio 1

Data la seguente funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = \begin{cases} |x - 1| \frac{\sin(x^3 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- 1a) Dire se la funzione è continua in  $\mathbb{R}^2$ .
- 1b) Studiare l'esistenza delle derivate parziali in  $\mathbb{R}^2$ .
- 1c) Studiare la differenziabilità in  $\mathbb{R}^2$ .

### Esercizio 2

Dato il campo vettoriale  $F(x, y, z) = (y, z, x)$ , calcolare il flusso di  $F$  e di  $\text{rot}F$  attraverso la superficie  $\Sigma$  definita da

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

### Esercizio 3

Studiare gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = (1 + x^2)^n e^{-nx^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

### Esercizio 4

Data la seguente equazione

$$f(x, y, z) = \log(\cos x) + \sin(x + z) + e^{y+z} - \cos(y) = 0,$$

verificare che definisce in un intorno di  $(0, 0, 0)$  un'unica funzione  $z = g(x, y)$ . Inoltre

- 4a) scrivere lo sviluppo al primo e al secondo ordine di  $z = g(x, y)$ ,
- 4b) scrivere la matrice Hessiana di  $g(x, y)$  in  $(0, 0)$ ,
- 4c) stabilire se il punto  $(0, 0)$  è di massimo o di minimo per la funzione  $z = g(x, y)$ .