

CdL in Matematica - A.A. 2018-2019

Compito di Analisi Matematica B

26 giugno 2019

Esercizio 1

Determinare i massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = x + y + z,$$

sull'insieme

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \cup \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 \geq x^2 + y^2, 1/\sqrt{2} \leq |z| \leq 2\}.$$

Esercizio 2

Data la forma differenziale in \mathbb{R}^2

$$\omega(x, y) = \frac{y}{1 - xy} dx + \frac{x}{1 - xy} dy,$$

calcolare

$$\int_{\gamma} \omega ds,$$

dove γ è la circonferenza di centro l'origine e raggio $1/2$.

Esercizio 3

Studiare gli insiemi di convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{e^{x^{2n}}}{1 + x^{2n}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4

Sia Γ il luogo di punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che verificano le condizioni

$$\begin{cases} \sin(x + y) + x \log(1 + \sin y) - e^{z+1} + e = 0 \\ \sin z + \arctan x + y \log(1 + x) = 0 \end{cases}.$$

Verificare che si può scrivere Γ , in un intorno dell'origine, nella forma $y = y(x)$, $z = z(x)$ ed esprimere tale parametrizzazione al primo ed al secondo ordine nell'intorno di $(0, 0, 0)$. Qual è il vettore tangente in $(0, 0, 0)$ alla curva $x = t$, $y = y(t)$, $z = z(t)$?