CdL. in Matematica e in Fisica - A.A. 2018-2019

Primo Parziale
di
Analisi Matematica B e Analisi Matematica 2

9 Novembre 2018

Esercizio 1

Studiare la continuità, l'esistenza di entrambe le derivate parziali e la differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della seguente funzione:

$$f(x,y) = \begin{cases} |x| \arctan \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Esercizio 2

Data la seguente forma differenziale in $\mathbb{R}^2$

$$\omega(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2} dx + \left(\frac{y}{x^2+y^2} + \tan y \right) dy,$$

stabilire se è esatta e calcolare

$$\int_\gamma \omega ds,$$

dove γ è la curva cartesiana data dal grafico della funzione $f(x) = \sin x$, $\pi \leq x \leq 2\pi$.

Esercizio 3

Siano

$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid e^{-1} y^2 \leq x \leq y^2,\ 1 \leq xy \leq 2\}, \qquad f(x,y) = \log_e \left(\frac{y^2}{x} \right),$$

3a) dire se l'insieme Ω è misurabile;

3b) dire se la funzione f è integrabile;

3a) calcolare

$$\iint_\Omega f(x,y) dxdy.$$