

III VERIFICA DI GEOMETRIA A
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
11 GENNAIO 2018

ESERCIZIO 1. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ k & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$. Sia $b : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la forma bilineare la cui matrice nella base canonica è A .

- (a) Dire se esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali la forma bilineare b definisce un prodotto scalare.
- (b) Scrivere la forma quadratica q associata alla forma bilineare b .
- (c) Diagonalizzare la forma quadratica q se $k = 0$ e determinarne la segnatura.

ESERCIZIO 2. Si consideri la seguente matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Scrivere una forma canonica di Jordan di M .
- (b) Trovare una base di \mathbb{R}^4 rispetto alla quale la matrice M è nella forma canonica di Jordan trovata.

III VERIFICA DI GEOMETRIA A
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
10 GENNAIO 2019

ESERCIZIO 1. Si consideri la quadrica \mathcal{Q} di equazione

$$x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - 6x_1 + 8x_2 + 8 = 0$$

- (a) Determinare il tipo di quadrica. Se si tratta di quadrica a centro trovare le coordinate del centro.
- (b) Scrivere la forma canonica metrica di \mathcal{Q} .
- (c) Sia $q(x_1, x_2, x_3)$ la forma quadratica associata alla quadrica \mathcal{Q} . Determinare la segnatura e la forma di Sylvester di $q(x_1, x_2, x_3)$.

ESERCIZIO 2. Si consideri la seguente matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Scrivere una forma canonica di Jordan di M .
- (b) Trovare una base di \mathbb{R}^4 rispetto alla quale la matrice M è nella forma canonica di Jordan trovata.

III VERIFICA DI GEOMETRIA A
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
9 GENNAIO 2020

ESERCIZIO 1. Si consideri la quadrica \mathcal{Q} di equazione

$$x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 2x_2x_3 + 2x_2 + 1 = 0$$

- (a) Determinare il tipo di quadrica. Se si tratta di quadrica a centro trovare le coordinate del centro.
- (b) Scrivere la forma canonica metrica di \mathcal{Q} .
- (c) Sia $q(x_1, x_2, x_3)$ la forma quadratica associata alla quadrica \mathcal{Q} . Determinare la segnatura e la forma di Sylvester di $q(x_1, x_2, x_3)$.

ESERCIZIO 2. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Scrivere una forma canonica di Jordan di A .
- (b) Trovare una base di \mathbb{R}^4 rispetto alla quale la matrice A è nella forma canonica di Jordan trovata.

III VERIFICA DI GEOMETRIA A
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
26 GENNAIO 2021

ONLINE SU TEAMS

ESERCIZIO 1. Si consideri la quadrica \mathcal{Q} di equazione

$$x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy - 2xz + 2y - 1 = 0$$

- (a) Determinare il tipo di quadrica.
- (b) Scrivere la forma canonica metrica di \mathcal{Q} .
- (c) Sia $q(x, y, z)$ la forma quadratica associata alla quadrica \mathcal{Q} .
 - (c1) Determinare la segnatura di $q(x, y, z)$.
 - (c2) Determinare la forma di Sylvester di $q(x, y, z)$ e la base di \mathbb{R}^3 che la riduce alla forma canonica di Sylvester.

ESERCIZIO 2. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Scrivere una forma canonica di Jordan di A .