

PROCESSI STOCASTICI 1 (12-07-2018)

TEMPO DISPONIBILE 2 ORE E 30 MINUTI

L'uso di libri ed appunti e' proibito. Scrivere nome cognome ed indirizzo e-mail sui fogli che si consegnano.

- 1)** Siano (ξ, η) due variabili casuali uniformemente distribuite nella regione $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^3\}$. Si calcoli $\mathbb{E}(\xi^2 \eta^2 | \xi)$.
- 2)** I lemmi di Borel-Cantelli
- 3)** Disuguaglianze per martingale
- 4)** Siano η_i variabili casuali i.i.d. che assumono il valore $+1$ con probabilità p ed il valore -1 con probabilità $1 - p$. Siano $\xi_n = \sum_{i=1}^n f(i) \eta_i$ per un'opportuna funzione f .
 - a) Determinare la decomposizione di Doob per la successione ξ_n .
 - b) Nel caso $p = 1/2$ determinare delle condizioni sufficienti per la funzione f affinche ξ_n sia una martingala uniformemente integrabile.
- 5)** Sia N_t un processo di Poisson di parametro 2 e siano ξ_i le variabili casuali associate ai tempi di arrivo. Calcolare $\mathbb{E}(\sum_{i=1}^{N_3} \xi_i^3)$.